ТЕХНИЧЕСКА МЕХАНИКА

„Имало едно време...” – така започва всяка приказка. Така може да започне и изложението на всеки учебен предмет, който изучавате в ***ПГЕЕ***. Аз искам да ви разкажа нещичко, ама наистина - само нещичко за ***МЕХАНИКАТА***. Вашите специалности са свързани с електричеството и за ***МЕХАНИКАТА*** са отделени малко часове. Затова да не губим време и да се докоснем до тази наука!

Това, което ще прочетете тук, не претендира за изчерпателност, нито пък е измислено от мен. Моята задача е да ви го разкажа достъпно, разбираемо и по възможност - максимално увлекателно. Повярвайте ми, това никак не е лесно, но със сигурност ми е приятно да го правя.

И така…

Имало едно време... От къде да започна?...

От ***Архимед*** (роден около 287 г. пр.н.е. в Сиракуза) с възгласа „Еврика!”? Или от ***Галилео Галилей*** (1564 – 1642) с прошепнатото: „И все пак, тя се върти!”? А защо не - от ***Исак Нютон*** (1642-1727) с неговите фундаментални закони за движение? *(Забележете, че Нютон се ражда в годината, в която умира Галилей!)* Може дълго да изброяваме имена на учени от различни епохи, защото те всички са допринесли за развитието на ***МЕХАНИКАТА***. Всеки от тях има интересна биография и си заслужава да отделите малко време и да прочетете житията им – в някоя книга или в интернет. И все пак, ***Нютон*** през 1687 г. публикува онова, което днес наричаме ***КЛАСИЧЕСКА МЕХАНИКА***. Красотата на неговата теория е толкова очарователна и заразителна, че почти няма област на човешкото познание, която по онова време да не е била повлияна от нея. ***КЛАСИЧЕСКАТА МЕХАНИКА*** господства до началото на XX век, когато друг гений – ***Айнщайн*** (1879 – 1955), публикува своята теория на относителността *(Ха, оказва се, че аз съм се родил една година след смъртта на Айнщайн☺)*. Въпреки всичко значението на ***КЛАСИЧЕСКАТА МЕХАНИКА*** и до ден днешен не намалява. И днес, когато става въпрос за движение на масивни тела, движещи се със скорости далеч по-малки от тази на светлината, принципите на ***Нютон*** са достатъчни, за да направим необходимите изчисления. Тогава какво чакаме? Отпуснете се, забравете за всичко друго и ме последвайте в тази приказка за ***МЕХАНИКАТА***! ☺

събрал, подредил и украсил инж. Богомил Иванов Петков

СТАТИКА

Добрата новина е, че ще разгледаме първия дял на ***ТЕОРИТИЧНАТА МЕХАНИКА*** – ***СТАТИКА***, а той е и най-лесният, защото се описва с простичка математика. При кратката разходка в света на ***СТАТИКАТА*** ще използваме метод на изложение, завещан ни от ***Евклид*** (род. 4 век пр.н.е. – поч. 3 век пр.н.е), наричан баща на геометрията. Този метод предполага въвеждането на основни понятия, определения; стъпване на няколко постулата, наречени ***АКСИОМИ***, от които следват всички по-нататъшни действия. Вие вече сте вървели по този път в геометрията, която сте изучавали. Ще ви припомня една от неговите аксиоми: „През точка, нележаща върху дадена права, може да се прекара само една права, успоредна на дадената.”.

Започваме с **ОСНОВНИТЕ ПОНЯТИЯ**:

Материална точка е тяло, чиито размери могат да се пренебрегнат. Тя има маса и способност да взаимодейства с други материални точки. *Да поразсъждаваме* – *Кое ще ни позволи да приемем едно тяло за материална точка? Размерът? Не! Погледнете към ясния небосклон малко след залез слънце и ще видите Венера. В небесната механика планетите често се разглеждат като материални точки, доколкото техните размери са малки в сравнение с размерите на орбитите им. От друга страна, ако конструирате механичен ръчен часовник, не можете да пренебрегнете размерите на миниатюрните му части. Отговорът е, че това зависи от условията на задачата, която решаваме!*

Абсолютно твърдо тяло е такова тяло, което не променя формата и размерите си под действието на натоварването. *Да поразсъждаваме* – *Кое ще ни позволи да приемем едно тяло за абсолютно твърдо? Отговорът е като по-горе - това зависи от условията на задачата, която решаваме! Когато вие седите мирно върху стола, той се държи като абсолютно твърдо тяло. Ако обаче се опита да седне малко слонче върху него, определено това няма да е така. Със сигурност сградите, мостовете, язовирните стени трябва да са изчислени така, че да се държат като абсолютно твърди тела. Иначе няма да е много весело ☺*

СИЛАТА е мярка за механичното взаимодествие между телата. **СИЛАТА** е ключово, основополагащо понятие в ***механиката***. Причината телата да се движат са силите. Причината телата да не се движат отново са силите. Всичко във Вселената става под въздействието на силите. Тук ще се интересуваме само от силите, с които си въздействат масивните, незаредени тела. За електромагнитните сили ще говорите по други специални учебни предмети, а за ядрените сили – по физика.

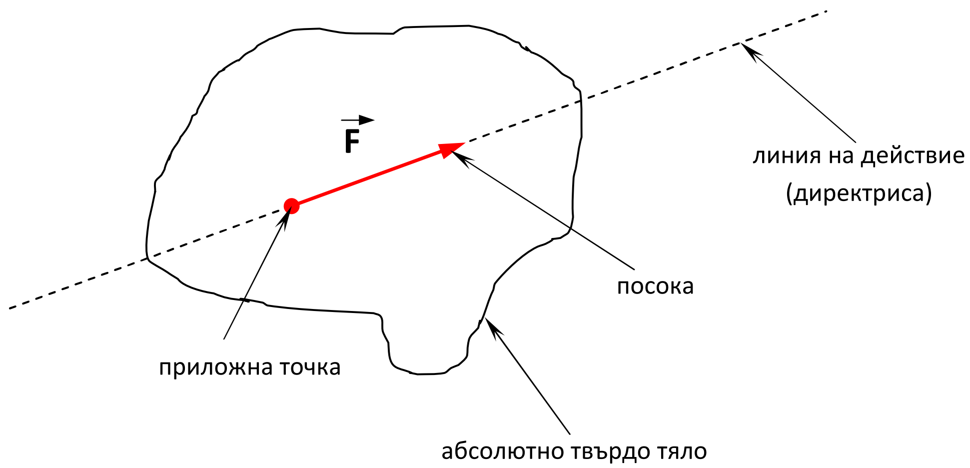
Ако нещо ви подказва, че за **СИЛАТА** няма да минем само с едно определение, не грешите. Това е така, защото силата не може да се опише само с едно число. Когато в прогнозата на времето съобщят, че утре температурите ще са около -10^0C, това е напълно достатъчно, за да разберете, че ще бъде студено, замръзнало и че трябва да се облечете с топли дрехи. Такива величини, който се описват само с едно число, се наричат *скаларни*. За съжаление, само информацята за големината на силата е недостатъчна.

СИЛАТА е векторна величина! Тя се характеризира с:

- Големина (модул), измерва се в нютони [***N***];
- Приложна точка;
- Посока;
- Линия на действие (директриса).

Не унивайте! Има и по-сложни величини, наречени тензори ☺!

Хубавото на векторите е, че те могат да се изобразяват нагледно, чрез насочени отсечки. На ***фиг. 1*** това е направено.



Фиг. 1

Стрелкичката над буквата **F** се слага в уравненията, за да е ясно, че става въпрос за вектор. Ако я пропуснете, ще означава, че работите само с големината на вектора, а не - с всичките му компоненти!

Сега се спрете за малко, вижте фигурата отново, за да сте сигурни, че сте наясно, що е то вектор!

Да продължим с другите понятия!

Съвкупността от няколко сили, действащи на едно тяло, се нарича **СИСТЕМА ОТ СИЛИ**.

Системи сили, оказващи еднакво механично въздействие на дадено тяло, се наричат **ЕКВИВАЛЕНТНИ СИСТЕМИ СИЛИ**.

Едно тяло е в РАВНОВЕСИЕ, ако е в покой или се движи равномерно праволинейно.

Система сили, под действието на която тялото се намира в равновесие, се нарича **УРАВНОВЕСЕНА СИСТЕМА СИЛИ**.

Сила, еквивалентна на дадена система сили, се нарича **РАВНОДЕЙСТВАЩА**.

Сила, равна по модул на равнодействащата, имаща нейната директриса и противоположна посока, се нарича **УРАВНОВЕСЯВАЩА СИЛА**.

ВЪНШНИ СИЛИ се наричат сили, действащи на тялото от страна на други тела.

ВЪТРЕШНИ СИЛИ са силите, произтичащи от взаимодействието между частиците на едно и също тяло.

В СТАТИКАТА СЕ РАЗГЛЕЖДАТ УСЛОВИЯТА ЗА РАВНОВЕСИЕ НА ВЪНШНИТЕ СИЛИ.

Каква е ползата от това, навярно сторило се на повечето от вас, скучно изреждане на понятия? Не, целта не е да ви карам да назубрите някакви словосъчетания, за да мога да ви пиша слаба оценка, когато не ги изпеете дословно. Целта е напълно практична. Сега, когато някой от нас каже „абсолютно твърдо тяло”, всички ще разбираме едно и също, няма да има нужда от обяснения и тълкования. Да, може би скучничко, но мнооого практично! Свиквайте! ☺

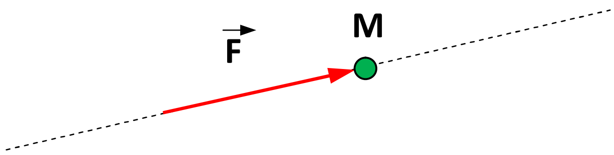
И още нещо: Важното е да разберете същността на горните понятия, а не да запомните абсолютно точно думите, с които те са описани. В първия случай ще проявите мисъл, разбиране; а във втория – само памет. Впрочем и моето куче много точно е запомнило часовете на хранене ☺...

АКСИОМИ НА СТАТИКАТА

Въведохме определения, което означава, че ще говорим на един и същ език. Сега може да направим следващата крачка по пътя завещан ни от ***Евклид***, а именно – да се запознаем с няколко изходни положения, приемани без математически доказателства, наричани **АКСИОМИ** или *принципи на статиката*. **Аксиомите на статиката** представляват резултат на обобщаване на многочислени опити и наблюдения на равновесието и движението на телата, нееднократно потвърдени от практиката. Част от тези аксиоми се явяват следствия на основните закони на механиката (*законите на **Нютон***).

В **аксиомите на статиката** се формулират тези най-прости и общи закони, на които се подчиняват силите, действащи на едно и също тяло, или на силите, приложени към взаимодействащите си тела.

*От къде да започнем? Вторият закон на **Нютон*** се записва с един прост по форма математически израз: $\vec{F} = m.\vec{a}$ - силата, която действа на едно тяло с маса **m**, му придава ускорение **a**). В ***статиката*** се интересуваме от равновесие на телата, затова да разтълкуваме физическия смисъл на този израз. Да си представим, че имаме една материална точка (абсолютно твърдо тяло) **M** и само една сила, която действа върху нея (***фиг. 2***).



Фиг. 2

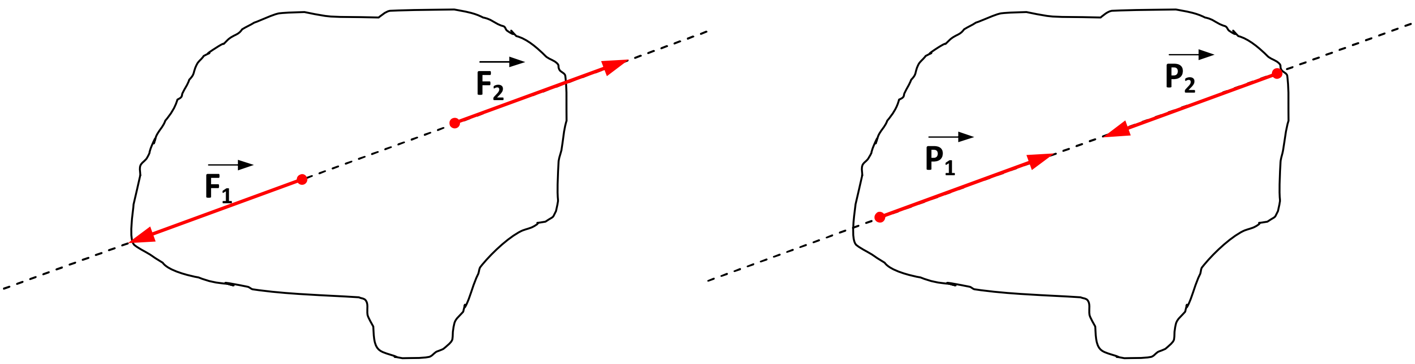
Нютон ни казва, че под действието на силата, материалната точка ще се движи по директрисата на силата като всяка следваща секунда скоростта й ще се увеличава (*ускорението е величина, която показва скоростта, с която се увеличава или намалява скоростта*). Следователно тяло, на което действа само една сила, не може бъде в равновесие.

Извод: Ако имаме само една сила, не е възможно тялото да бъде в равновесие.

Ясно! В ***статиката*** една сила не ни върши работа, защото няма как сама да се уравновеси. А ако силите са две?

АКСИОМА 1 (А1). ***Аксиома за двете сили*.**

Две сили, приложени към абсолютно твърдо тяло, взаимно се уравновесяват (еквивакентни са на нула), тогава и само тогава, когато имат обща директриса, равни големини и противоположни посоки (фиг. 3).



$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2; \quad \left|\vec{F}_1\right| = \left|\vec{F}_2\right|; \; \left(\vec{F}_1, \vec{F}_2\right) \sim 0; \qquad \left(\vec{P}_1, \vec{P}_2\right) \sim 0$$

Фиг. 3

Да поразсъждаваме – Словосъчетанието „***тогава и само тогава***" в математиката означава ***необходимо и достатъчно условие***. *Простичко казано,* (1) ако в една система сили действащи на абс. твърдо тяло има две сили, отговарящи на описаното в **А1**, то те със сигурност взаимно се уравновесяват; И (2) ако едно абс. твърдо тяло е в равновесие под действието само на две сили, то те задължително имат характеристиките на описаните в **А1**!

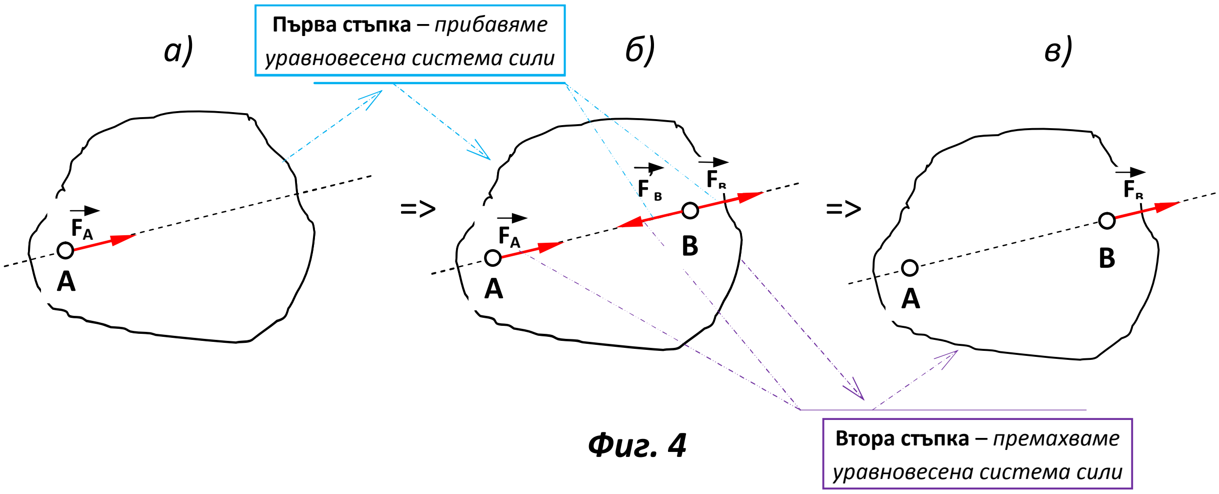
АКСИОМА 2 (А2). ***Аксиома за добавянето (отхвърлянето) на уравновесена система сили (система сили еквивалентна на нула).***

Не нарушавайки състоянието на абсолютно твърдо тяло, към него може да се добавя или отхвърля система сили само тогава, когато тя представлява уравновесена система сили.

От **А1** и **А2** непосредствено може да се направи следното **СЛЕДСТВИЕ** - ***В СТАТИКАТА силата е плъзгащ вектор*** (*вектор, който може да бъде приложен във всяка точка от своята директрса, се нарича плъзгащ*).

Аксиомите не се нуждаят от доказателство, но следствията трябва да бъдат доказвани. *СЪВЕТ – спрете до тук и без да четете написаното по-долу, сами докажете това следствие! Приемете го като едно предизвикателство, като една игра, като една проверка доколко сте разбрали същността на първите две аксиоми. Ако успеете, ще почувствате изключително удоволетворение. Заслужава си! ☺ Ако пък не успеете, няма място за притеснение. Когато бях ученик като вас в тази сграда, никой не ме караше да го правя, но съм почти сигурен, че щеше да ми е трудно да го направя ☺*

Доказателство на СЛЕДСТВИЕТО:

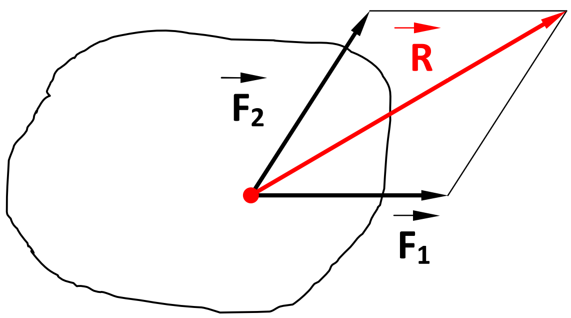


Фиг. 4

Нака слилата $\vec{F}_A$ е приложена в **т. *A*** (***фиг. 4, а***). В точката ***B***, лежаща на директрисата на силата $\vec{F}_A$, нека приложим две уравновесени сили $\vec{F}_B$ и $\vec{F}_B'$, полагайки, че $\vec{F}_B = \vec{F}_A$ (***фиг. 4, б***). Съгласно A2, не сме изменили състоянието на тялото, защото сме прибавили уравновесена система сили. Не е трудно да забележим, че силите $\vec{F}_A$ и $\vec{F}_B'$ образуват уравновесена система сили (A1) (***фиг. 4, б***). Сега не ни остава нищо друго, освен да приложим отново A2 и да премахнем силите $\vec{F}_A$ и $\vec{F}_B'$. И така стигаме до ***фиг. 4 в***, където имаме една сила $\vec{F}_B$ приложена в т. ***B***, едентична на първоначалната $\vec{F}_A$. Просто плъзнахме първоначалната сила от т. ***A*** в т. ***B***. Следствието е доказано! *Красиво и елегантно, а ☺!*

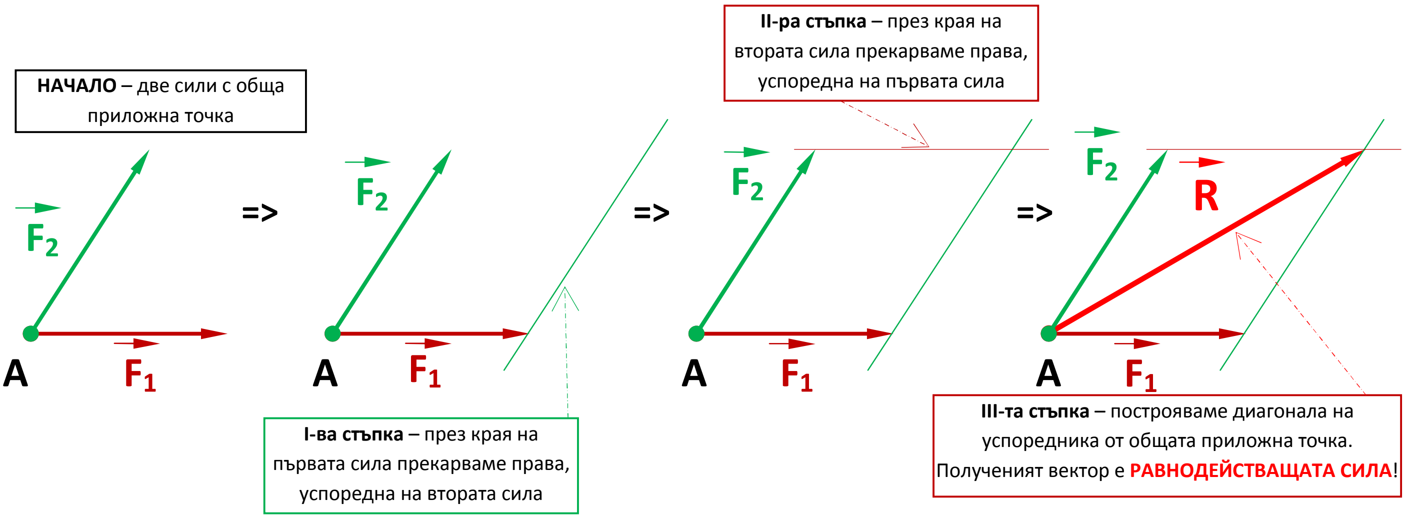
АКСИОМА 3 (А3). *Аксиома за паралелограма на силите*.

Не изменяйки състоянието на тялото, две сили, приложени в една точка, могат да се заменят с една равнодействаща, приложена в същата точка и равна на тяхната геометрична сума (***фиг. 5***).



Фиг. 5

Какво е *паралелограм*? Ами нищо повече и нищо по-различно от *успоредник*. **А3** ни дава правилото как да заменяме (събираме, редуцираме) две сили с обща приложна точка с една сила, наречена равнодействаща. За наша радост, това става много лесно. Просто по векторите на двете сили построяваме успоредник (паралелограм), в който тези вектори са две съседни страни. Векторът на равнодействащата е диагоналът, започващ от общата приложна точка. Да го направим стъпка по стъпка (***фиг. 6***):



Фиг. 6

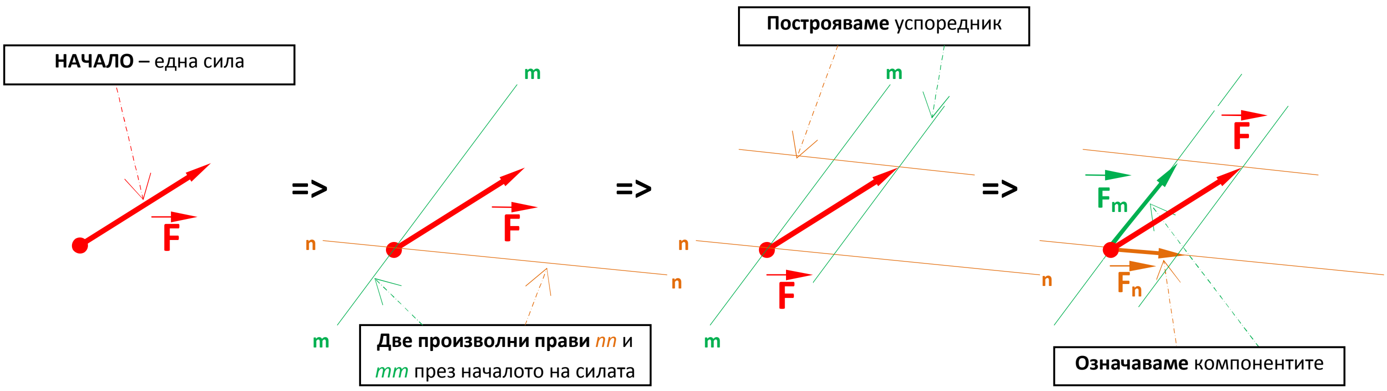
Това е! Простичко, ясно, само в три стъпки. *СЪВЕТ* – *Не продължавайте нататък, преди да се убедите, че сте разбрали, запомнили и сте в състояние да направите тези стъпки, независимо какво е взаимното положение на силите, стига да имат обща приложна точка!*

Фиг. 6 представя **А3** графично. Резултатът може да се запише и аналитично, т.е. с уравнение и то е следното:

$$\vec{R} = \vec{F_1} + \vec{F_2}$$

Не забравяйте да слагате **стрелкичките** над буквите по-горе, защото това е **векторно** равенство! *Със сигурност, за успоредника от* ***фиг 6****, равенството* $R = F_1 + F_2$ (*така написано равенството се отнася само за големините на векторите*!) *не е вярно*! Сега ще ви помогна да го докажем! На ***фиг. 6*** **R, F_1** и **F_2** са страни на триъгълник. Напънете се много мъничко и си спомнете една от зависимостите между страните в триъгълника, а именно *сумата от дължините на кои и да е две страни на тръгълника е по-голяма от най-голямата страна* ***И*** *разликата между големините на кои и да са* *две страни на тръгълника е по-малка от най-малката страна*! Това е! Доказах ви го! ☺

Ще останем още малко при тази **трета аксиома**, защото в ***СТАТИКАТА*** боравим със системи сили, а **А3** ни казва как да заменим всеки две сили, чиито директриси се пресичат (*не забравяйте, че силите са плъзгащи вектори*!), с една сила. Това си е добра новина, защото системата сили ще се опрости, поне що се отнася до броя на силите. Може да прилагаме последователно **А3**, докато не останат пресичащи се сили! Но **А3** ни дава още една твърде полезна възможност – можем да разложим всяка сила на два компонента по две произволни избрани прави, минаващи през началото на силата! Досетихте ли се? Това е все едно да приложим **А3** наобратно ☺ Проследете ***фиг. 7***!



Фиг. 7

Безспорно е, че $\vec{F} = \vec{F}_n + \vec{F}_m$! Убедете се сами ☺

*Съмнение – нали се радвахме, че **А3** намалява (редуцира) броя на силите, а сега сме щастливи, че може да заменим една сила с два компонента?! Успокойте се! При решаването на задачи ще се убедите колко е полезно понякога това действие ☺*

Е, за сега да оставим намира **третата аксиома**!

АКСИОМА 4 (А4). Аксиома за равенство на силите на действие и противодействие (трети закон на Нютон).

Това е единият от законите на класическата механика, формулирани от Нютон. ***На всяка сила на действие има равна по големина и противоположна по посока сила на противодействие***.

Всеки път, когато седнете на стола и упражните върху него силата на теглото си, той ви „отвръща" с противоположната ѝ сила. Действието на тази аксиома се усеща най-добре, когато ударите с юмрук стена. Не препоръчвам да проверявате истинността на **А4** по този начин! ☺ По-лесно е да видите действието на **А4** по телевизията, когато дават стрелба с огнестрелно оръжие! Или с чук ударете върху масивен стоманен предмет.

АКСИОМА 5 (А5). *Принцип на втвърдяването.*

Равновесието на деформируемо тяло, намиращо се под действието на дадена система сили, не се нарушава, ако тялото се счита за втвърдено (абсолютно твърдо тяло).

Изказаното твърдение в тази аксиома е очевидно. Например, ясно е, че равновесието на веригата не се нарушава, ако нейните звена се считат заварени едно с друго. Принципът на втвърдяването широко се използва в инженерните изчисления. Той позволява при съставянето на условията за равновесие да се разглежда всяко изменяемо тяло (ремък, въже, верига и т.н.) или всяка изменяема конструкция като абсолютно твърдо тяло. Ако получените по такъв начин уравнения за решаване на задачата се оказват недостатъчни, то допълнително се съставят уравнения, отчитащи или условия на равновесие на отделни части на конструкцията или техните деформации (задачи, изискващи отчитане на деформациите, се решават в курса по съпротивление на материалите). От гледна точка на механиката, деформируемото тяло е по-тежкия вариант за изчисления.

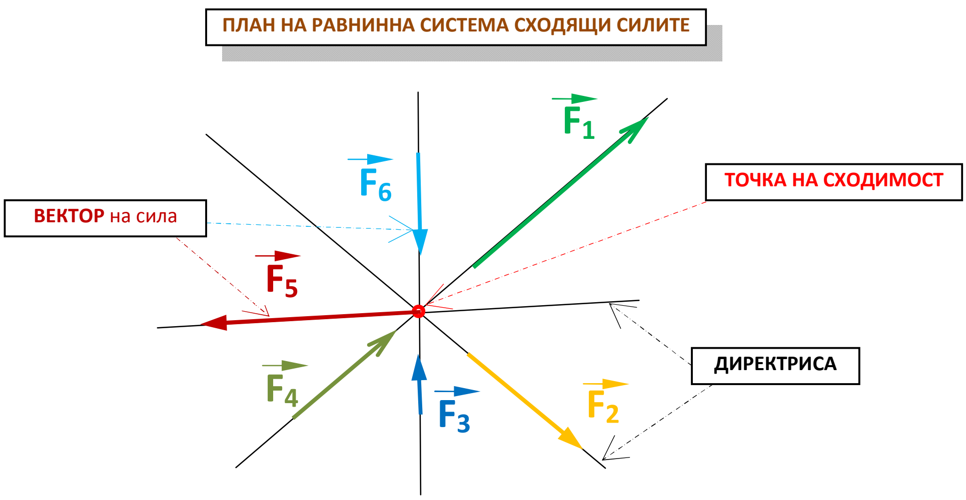
Това е! Запознахме се с основните понятия и допускания в ***СТАТИКАТА*** и с нейните ***АКСИОМИ***. Направихме първите стъпки в нашето пътешествие. То ни доведе до едно ново за нас място. Запознахме се с „общността” и с правилата, които я управляват. Би следвало да можем да живеем спокойно в тази общност, стига да не забравяме написаното по-горе ☺ Заслужихме си кратка почивка, но със сигурност често ще ни се налага да се връщаме към тези страници. Не се притеснявайте, ако по пътя ни напред срещнете познато понятие или твърдение, но сме забравили какво точно означава. Тези страници ще бъдат тук, като дневник, който сте си водили и винаги ще може да погледнете в тях. Но стига приказки! Да починем, че ни чака още доста път.

РАВНИННА СИСТЕМА СХОДЯЩИ СИЛИ (РССхС)

Лошото на почивката е, че винаги свършва. И нашата свърши. Чака ни работа! Понякога ще ви се налага да си водите записки. Ще искате да запишете колкото е възможно по-достоверно думите на лектора, а това не е никак лесно. *Съвет* – един от начините да повишите скоростта на записване, без да намалявате разбираемостта на записките, е да използвате подходящи съкращения. Във всяко изложене има ключови, повтарящи се думи, които ако съкратите при записването, много ще си помогнете. Правете първото съкращение още в заглавията, защото лесно можете да намерите пълното значение на съкращението. Тъй като ще говорим за равнинна ситема сходящи сили (досадно дълго!), добре е още в заглавието да напишем подходящото за нас съкращение.

Започваме да разглеждаме конкретни системи сили. Ще се опитаме да намерим характерни такива, за които **да изведем на базата на АКСИОМИТЕ и логически разсъждения, условията за уравновесяването им**. Живеем в триизмерно пространство *(е, поне така си мислим ☺)*. Да започнем от нещо простичко – система от сили, чиито директриси *(линии на действие)* лежат в една равнина. *Припомняне* – от геометрията знаем, че в равнината две прави или се пресичат, или са успоредни. Сили, чиито директриси се пресичат, се наричат сходящи или още конкурентни *(Класът трябва да отиде на театър. Всеки тръгва от различна точка в града, изминава различен път до целта, но всичките пътища се пресичат, **СХОЖДАТ** при входа на театъра. Преди Коледа големите вериги магазини правят намаления. При отварянето на вратите рано сутринта, купувачите се втурват и често може да се види как, например, няколко жени дърпат една и съща блуза. Силите, които те прилагат върху блузата са **КОНКУРЕНТНИ**, защото всяка иска да я отклони по своята директриса. Горката блуза! Трябва да се държи като абсолютно твърдо тяло, за да издържи на опъването ☺)*.

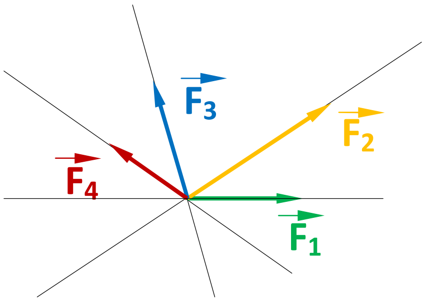
Е, вече може да дадем **ОПРЕДЕЛЕНИЕ**: ***Система сили, чиито директриси лежат в една равнина и се пресичат в една точка се нарича РАВНИННА СИСТЕМА СХОДЯЩИ СИЛИ – фиг. 8***.



Фиг. 8

Първата стъпка, която ще направим е **ДА РЕДУЦИРАМЕ РАВНИННА СИСТЕМА СХОДЯЩИ СИЛИ ДО ВЪЗМОЖНО НАЙ-ПРОСТА СИСТЕМА СИЛИ**. За целта нека е дадена системата показана на ***фиг. 9***.

ПЛАН НА СИЛИТЕ



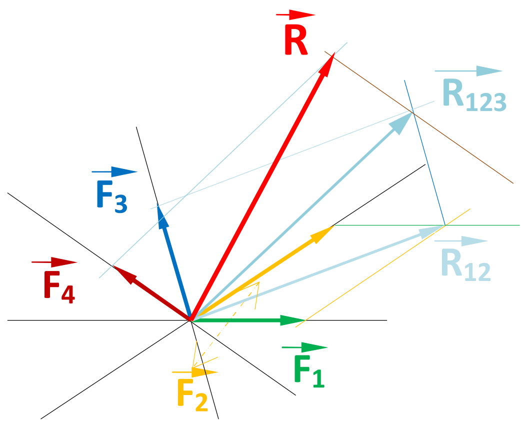
Фиг. 9

На плана на силите виждаме четири сходящи сили, лежащи в една равнина *(за разлика от силите на фиг. 8, тук приложните им точки съвпадат с точката на сходимост, но ние знаем, че в СТАТИКАТА силата е плъзгащ вектор => няма принципна разлика между двете фигури!)*. Гледаме чертежа и си задаваме въпросът можем ли да редуцираме ситемата сили с някакви преобразования, без да променим механичното състояние на тялото, върху което действат *(за по-голяма нагледност, тялото не е начертано => прието е за материална точка, съвпадаща с точката на сходимост)*?

СЪВЕТ – *Без да четете написаното по-долу се опитайте сами да намерите решиние на въпроса! Удоволетворенето, което ще получите, си заслужава ☺! За да не се изкушавате, аз ще дам решението на другия лист.*

Поздравления за всеки, който се е опитал сам да намери решение, независмо дали е успял или не! А сега да покажем как **най-рационално** може да редуцираме системата сили от ***фиг. 9***. С какво разполагаме до момента? Имаме **ПЕТ АКСИОМИ**. Да ги прегледаме още веднъж *(или колкото пъти е необходимо ☺)* и да видим коя ни върши работа. **Първата** няма да ни помогне, защото системата сили, която разглеждаме, няма две сили с обща директриса. **Втората** би могла да се приложи, ако се налага *(например както сте правили по математика, когато сте прибавяли или изваждали едно и също число към двете страни на дадено уравнение)*. Стигаме до **третата(А3)** и виждаме, че тя **идеално пасва** на равнината система сходящи сили! Очевидно, ако я приложим три пъти, изходната система ще се сведе до една сила! Това си е прекрасна новина ☺! Ами да го направим (***фиг. 10***):

ПЛАН НА СИЛИТЕ



Фиг. 10

Първо прилагаме **А3** за сила едно и сила две. Получаваме тяхната равнодействаща $\vec{R}_{12}$. Втори път прилагаме **А3** за $\vec{R}_{12}$ и сила три. Получаваме $\vec{R}_{123}$. За да завършм редукцията прилагаме трети, последен път **А3** за равнодействащата $\vec{R}_{123}$ и сила четири. Най-после получаваме равнодестващата на системата от четирите сходящи сили, лежащи в една равнина – $\vec{R}$. Резултатът е удоволетворителен, защото от система с четири сили, получихме само една сила, равнодействаща на всички тези сили. Ако силите бяха пет, трябваше просто още веднъж да приложим **А3**. Не е трудно да обобщим, че за система от „n” на брой сили, трябва да се приложи **А3** „n-1” пъти. *Би следвало да сме доволни от резултата, но като гледаме фиг. 10, усещаме нещо притеснително. Там има само четири сили и ако работим с един цвят, малко трудно ще разберем какво е правено. Ами ако силите са четиридесет? Няма да сме за завиждане. Ще се получи направо китайски йероглиф, дори възлопис на инките (Инките нямали писменост. Те използвали кипу – дълго въже на което се прикрепяли множество цветни връвчици с навързани по тях възли. Всеки възел означавал определена информация, обикновено цифрова).*

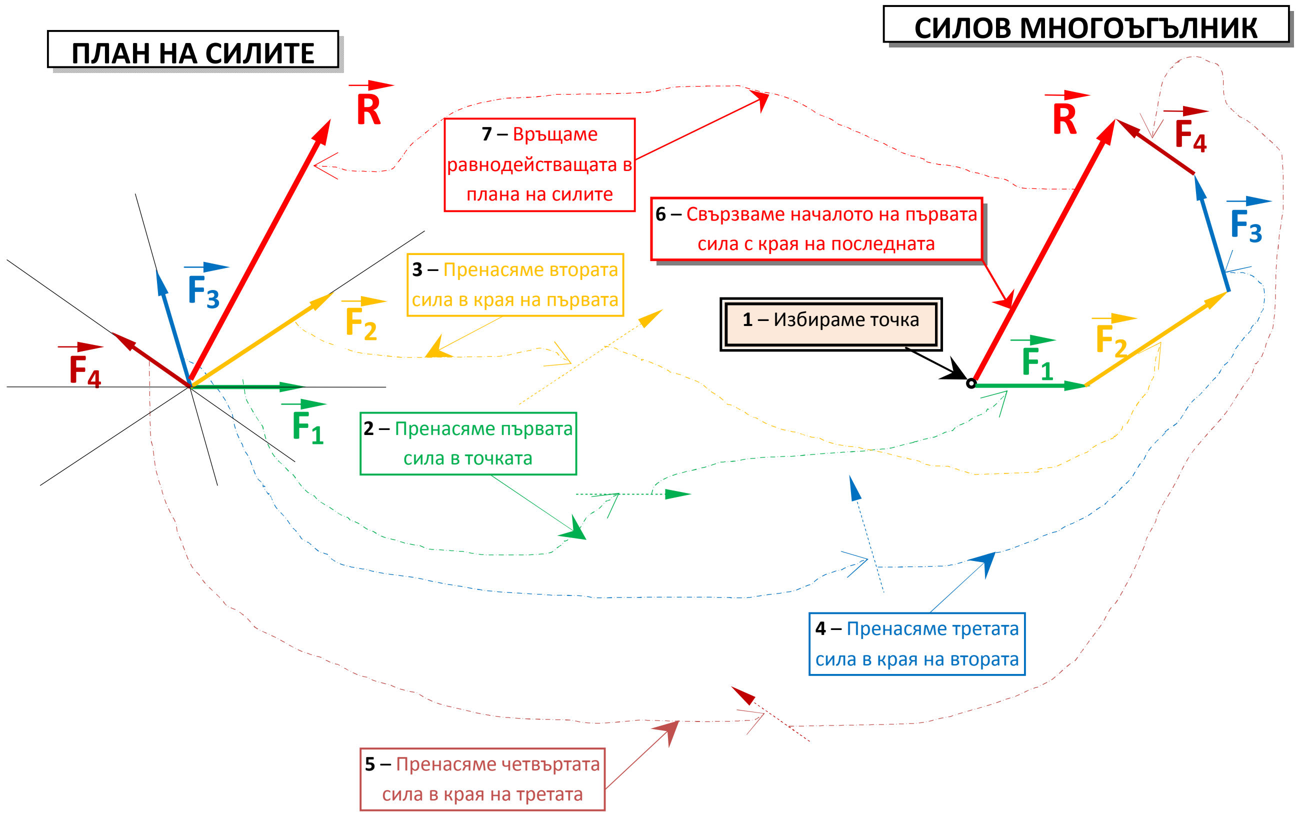
Голямото предимство на графичните методи е тяхната нагледност. Със сигурност ***фиг. 10*** не с четиридесет, а дори с десет сили, няма да е никак нагледна. Лоша работа... Трябва да променим метода така, че да подобрим неговата нагледност. *Да поразсъждаваме малко* – кое прави *фиг. 10* толкова заплетена? Това са „излишните” линии за построяването на всеки паралелограм (успоредник) и „излишните” междинни равнодействащи. Ех, ако можехме да минем без тях...

Има и по-лесен и по-нагледен начин за събиране (редуциране) на равнинна система сходящи сили. Това е **МЕТОДЪТ НА СИЛОВИЯ МНОГОЪГЪЛНИК**. Ето алгоритъмът за използването на този метод:

1. Избираме точка извън плана на силите, лежаща в тяхната равнина.
2. От плана на силите пренасяме успоредно първата сила така, че началото ѝ да съвпада с избраната в стъпка 1 точка.
3. От плана на силите пренасяме успоредно втората сила така, че началото ѝ да съвпадне с края на първата сила.
4. От плана на силите пренасяме успоредно третата сила така, че началото ѝ да съвпадне с края на втората сила
5. Повтаряме горното действие до изчерпването на всики сили, като началото на всяка следваща сила съвпада с края на предишната. Образуваната фигура е силовият многоъгълник
6. Свързваме началото на първата сила, с края на последната. Това е и векторът на равнодействащата сила.
7. Пренасяме успоредно равнодействащата от силовия многоъгълник в плана на силите, като приложната й точка съвпада с центъра на сходимост на силите.

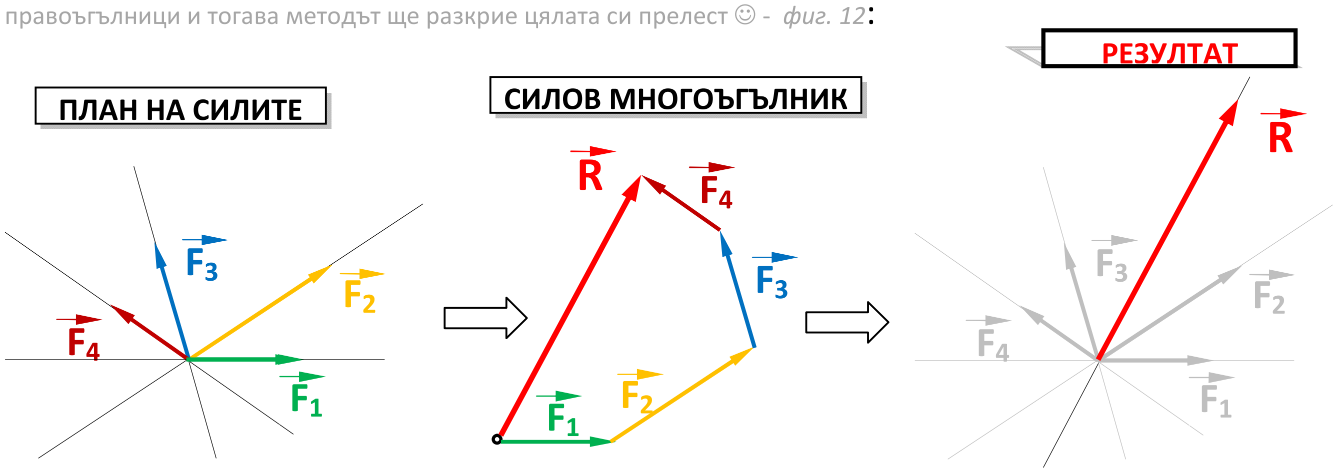
СЪВЕТ – *Без да гледате фигурата по-долу се опитайте сами да изпълните описания алгоритъм за четири сили! Удоволетворенето, което ще получите, си заслужава ☺! За да не се изкушавате, аз ще начертая следващата фигура, графичното изображение на метода на силовия многоъгълник, на следващата страница.*

Сега да го направим заедно за силите от *фиг. 9*:



Фиг. 11

О, знам, знам! *Фиг. 11* изглежда също доста претрупана, но това е защото сме се опитали да представим алгоритъма за построяване на СИЛОВИЯ МНОГОЪГЪЛНИК. Да премахнем междинните положения на силите, пояснителните правоъгълници и тогава методът ще разкрие цялата си прелест ☺ - *фиг. 12*:

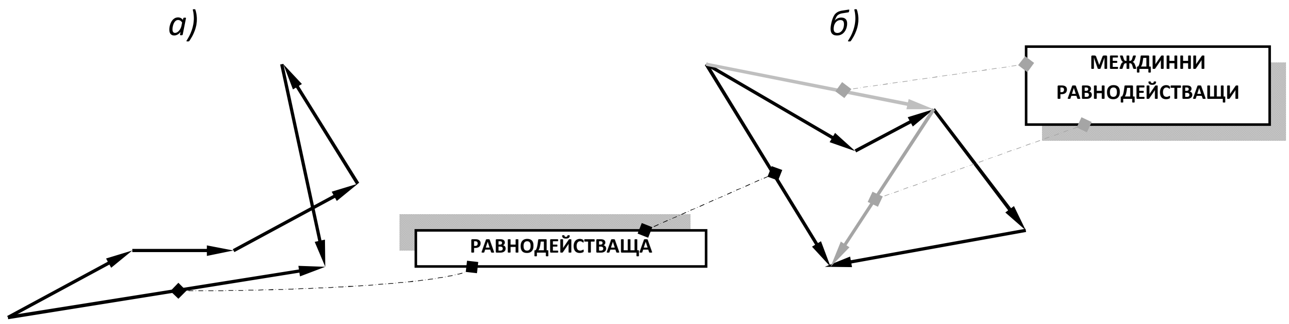


Фиг. 12

Това е! По-нататък може да работим само с една сила – равнодействащата. Чрез този метод получаваме веднага вектора на равнодействащата с всичките му компоненти. Да не забравяме, че при графичните методи, трябва да работим в предварително избран мащаб!

*СЪВЕТ – При намирането на равнодействаща във фиг. 10 използвахме **А3** пряко, следователно не е необходимо да доказваме, че методът е верен. Не така стои въпросът със СИЛОВИЯ МНОГОЪГЪЛНИК! На фиг. 11 **АКСИОМА 3** (**А3**) не е приложена в явен вид. Следователно трябва да докажем, че методът е верен! Направете го сами и ще получите най-заслужената шестица ☺! За сега аз ще се въздържа от доказателството...*

Да се задържим още малко при силовия многоъгълник. Нека разгледаме няколко примера:



Фиг. 13

На ***фиг. 13-а*** не са означени силите с букви, нито са оцветени, но това не пречи да познаем коя е равнодействащата. Това е силата, която затваря многоъгълника, т.е. силата, която има общо начало със силата от която е започнал да се строи мнгоъгълника и общ край с последната сила в него. Няма никакво значение от коя сила от плана на силите ще започнем да строим многоъгълника, нито каква ще е последователността на следващите сили. Винаги ще получаваме един и същ резултат и не е трудно сами да се убедите. Важното е всяка следваща да има начало в края на предишната и силите да бъдат пренасяне успоредно от плана им!

На ***фиг. 13-б*** сме начертали междинни равнодействащи – раводействащи между две сили от многоъгълника, който са съседни. Има случаи, при които е важно да знаем тези равнодействащи. При така начертания силов многоъгълник, директно от него могат да се начертаят междинните равнодействащи между първата и втората сила (показана е на чертежа), между втората и третата (не е показана на чертежа), между третата и четвъртата (показана е на чертежа) и т.н.т. ако има още сили. Няма как обаче, да построите директно в този многоъгълник равнодействащата межди първата и третата или между втората и четвъртата; нито между първата и четвъртата! Сами може да се уверите, че последното няма да е вярно.

РАВНОСМЕТКА: тук завършихме първата стъпка – намерихме прост, елегантен начин за графично събиране, редуциране на система сходящи сили!

Сега трябва да направим **следващата стъпка!** *ВЪПРОС* – ***Може ли СИЛОВИЯТ МНОГОЪГЪЛНИК да ни покаже, че една равнинна система сходящи сили е уравновесена?***

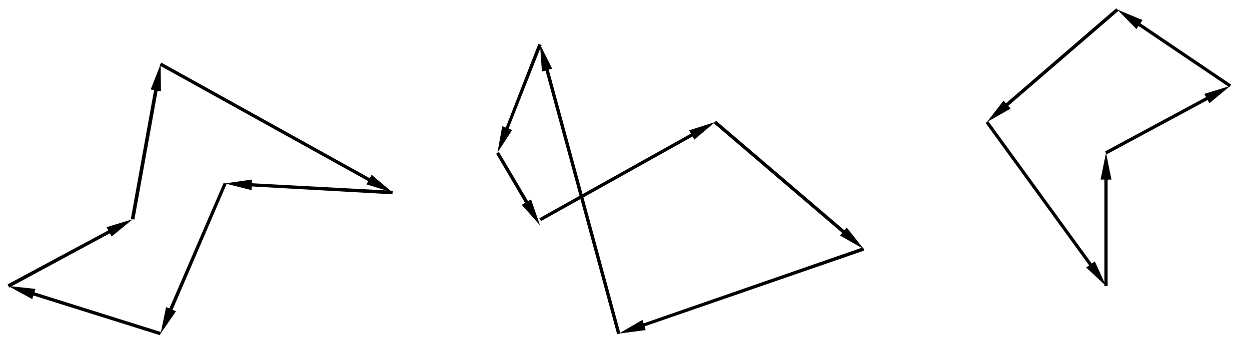
Да си припомним, че една система сили е уравновесена (често се използва и термина е в равновесие) тогава и само тогава, когато нейната равнодействаща е равна на нула. Можем да запишем това определение така:

$$\vec{R} = 0$$

Убеден съм, че ако сега се вгледате в силовите многоъгълници, начертани по-горе и в последното равенство, сами ще отговорите на **ВЪПРОСА** ☺! Не знам дали ще формулирате отговорът както е направено в учебниците (и това за момента не е най-важното!), но със сигурност сте стигнали до следния извод:

ГРАФИЧНОТО УСЛОВИЕ за равновесие на една равнинна система сходящи сили е СИЛОВИЯТ МНОГОЪГЪЛНИК ДА СЕ САМОЗАТВОРИ, т.е. краят на последната сила да съвпадне с началото на първата.

Ама то не било никак трудно, нали ☺! Да дадем примери и тъй като вече пораснахме в света на ***СТАТИКАТА***, нека да не използваме цветове и буквени означения, та да не засегнем някого:



Фиг. 14

Очевидно е, че многоъгълниците от ***фиг. 14*** са *самозатварят*. От която и точка, начало на сила, да започнем, ще проследим последователността „начало-край” и без да я нарушаваме, ще стигнем до началната точка. Никъде няма да срещнем две сили с обща начална точка и две сили с общи върхове. Следователно и трите системи сходящи сили, чиито силови многоъгълници са изобразени на фигурата, са уравновесени.

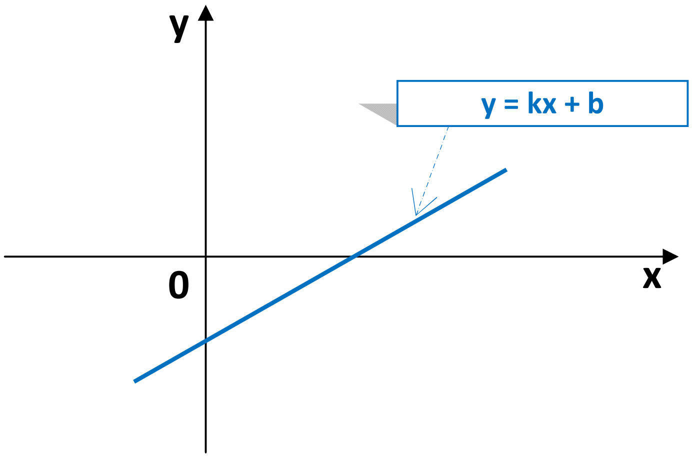
Да починем малко и да се насладим на резултата! Сега знаем, че всяка равнинна система сходящи сили се редуцира до равнодействаща или е в равновесие. Ако увеличите фигурите с начертани силови многоъгълници, ще забележте, че въпреки старанието ми, някъде началата и върховете на силите не съвпадат. Ако силите са много, е възможно натрупване на грешки, което означава, че векторът на равнодействащата ще бъде неточен. Ако пък многоъгълникът се самозатваря, е възможно краят на последната сила да не съвпадне съвсем точно с началото на първата и да не сме сигурни дали системата е уравновесена. Имало е време, когато графичните начни са били единствените, с които са работили майсторите. Изисквало се е майсторство и при чертането на силовите многоъгълници. Неточностите при графичните методи се дължат на неточностите на инструментите за чертане, работата в мащаб и уменията на чертожника. Определено се изисква и доста време за решаването на реални задачи. Май ни се иска нещо хем по-лесно, хем по-точно ☺. А дали е възможно да намерим такъв метод? Струва си да опитаме!

Изглежда почивката свърши. Да се съсредоточим и да свършим работата, защото нас чака!

Имаме ново **ПРЕДИЗВИКАТЕЛСТВО** – ***да заменим графичния метод с по-точен такъв***!

Когато имаме за решаване задача, трябва най-напред да направим задълбочен анализ на заданието, на условието ѝ; да помислим кои знания, натрупани в миналото, можем да използваме; да си изясним какъв резултат се очаква. *(Ще ви издам една тайна – всички задачи, които получвате за решаване в тази гимназия, независимо по кой предмед са, са решими! Това означава, че трябва да използвате всички дадени в условието величини. Ако остане незползвана величина, то най-вероятно решенеито ви не е вярно. По-малка е вероятността, за съжаление, да сте открили нов, по-рационален метод за решаване.)* В предизвикателството има елемент на творчество, защото трябва да измислим нещо ново, нещо различно от познатото до този момент. След като не искаме да чертаем, не е трудно да се досетим, че трябва да минем към числа. Щом ще има числа, те ще трябва да бъдат свързани с уравнения. Чакайте! Някой уравнения ли спомена? А нямаше ли някакви уравнения, които да описват права в координатна система? Ами разбира се! Това вече е учено. Математиката, която се занимава с описание на геометрични обекти с помощта на уравнения, се нарича ***аналитична геометрия***. Огромен принос за развите на този математически дял се пада на французина ***Рене Декарт*** (31.03.1596 г. – 11.02.1650 г.) *(Много обичал да се излежава почти до обяд в леглото, защото там се отдавал на размисъл. Този негов навик му докарал пневмония, от която починал. Последните си години прекарал в*

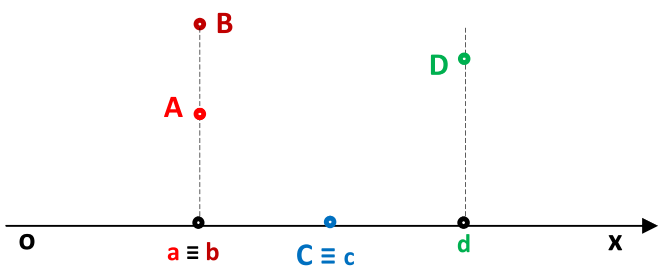
Швеция, където го поканила принцеса Кристина, кралска особа, силно интересуваща се от математика, физика, флософия. Тя била запленена от ума на Декарт и често беседвала с него по тези въпроси. За нещастие, тя ставала твърде рано и викала сънения учен на разговор понякога в 5 сутринта. По онова време залите на двореца не се славили с доброто си отопление и Декарт се разболял.) На него дължим *Декартовата правоъгълна координатна система*, с която най-често работим и до ден днешен. Ето как изглежда една права в такава система и как се описва с уравнение:



Фиг. 15

Ура! Имаме някаква отправна точка, защото векторите са насочени отсечки. Дойде моментът, в който трябва да използваме онова, което други хора са направили преди нас и са ни го дали да го ползваме. От нас се иска само да разберем този натрупан опит, за да можем да се ползваме от него. Да засвидетелствуваме заслужаващото уважение към тези велики предци!

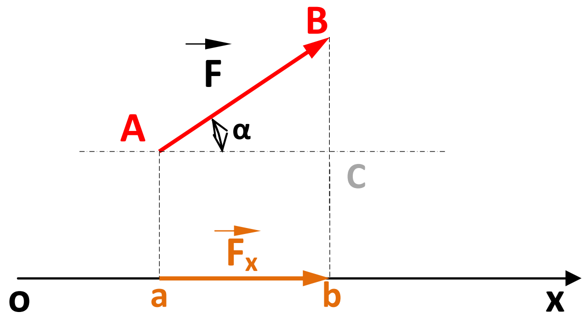
Ще ни се наложи да използваме правоъгълно проектране. Ще си позволя да ви припомня какво означава това и се надявам да не засегна някого ☺! Правоъгълното проектиране се използва в геометрията и в машнното чертане. Тъй като телата са изградени от повърхнини, повърхнинте от линии, а линиите от точки, следва, че ако мога да проектирам точка, ще мога да проектрам и всяко тяло, независимо от формата му. Това твърдение е вярно, но чертането никак не е просто. Да погледнем фиг. 16:



Фиг. 16

Проекцията на точка е точка! Точките, които проектираме, се означават с главни букви. Техните проекции – със съответните малки букви. Проектирането става като от точката се спуска перпендикуляр към остта. Там където този перпендикуляр пресече оста, там е проекцията. На фиг. 16 се виждат резултатите при различно взамно положение на точките, които проектираме.

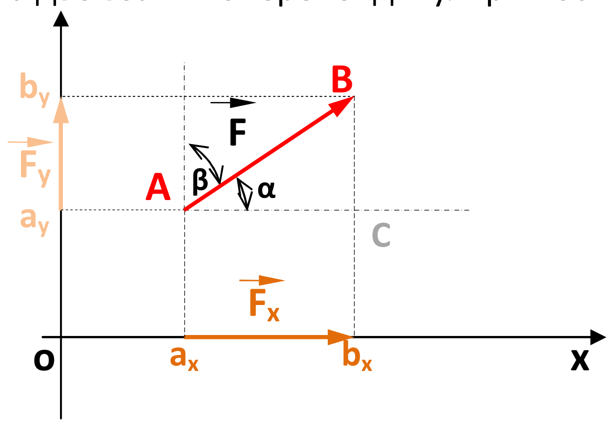
Сега може да продължим напред, защото силата е вектор, векторът е насочена отсечка, отсечката е част от права ограничена в двата си края, а тези ограничения са точки. Следователно, за да намерим **ПРОЕКЦИЯ НА СИЛА ВЪРХУ ОС**, достатъчно да проектираме началото и края на вектора върху остта.



Фиг. 17

На ***фиг. 17*** началото на вектора е означено с **A**, а края – с **B**. Техните проекции са съответно **a** и **b**. Тогава проекцията на $\vec{F}$ (**AB**) върху оста ***ox*** е $\vec{F_x}$ (**ab**). Ако през т. **A** прекараме права успоредна на ***ox***, ще се образува правоъгълния тригълник **ACB**. Ако означим ъгъла между силата и оста с **<u>α</u>**, тогава големината на проекцията ще се получи от израза – ***Fx = F cos α***. *ПРИПОМНЯНЕ* – *по определение под косинус на един ъгъл се разбира отношението на дължината на прилежащ катет към дължината на хипотенизата (за правоъгълния триъгълник cos α = AC/AB); а синусът на този ъгъл е отношенето на срещулежащ катет към хипотенуза (на фиг. 17 sin α = BC/AC). Повече – по математика ☺.*

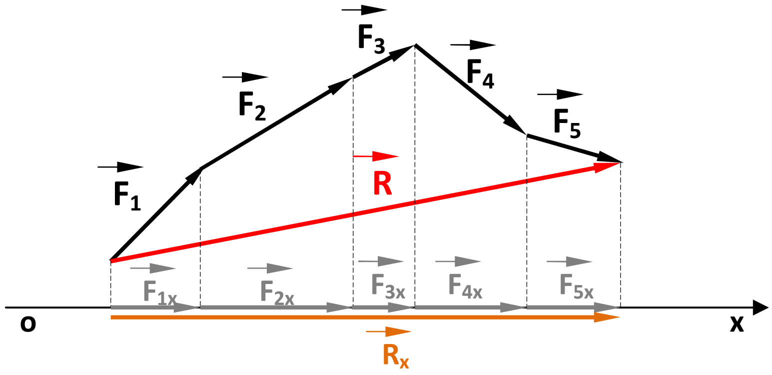
Хайде сега да поставим и вертикалната ос, защото в равнинната декартова координатна система има две взаимноперепендикулярни оси:



Фиг. 18

Няма да спорите, ако напиша ***Fy = F cos β***. И тъй като триъгълник ***ACB*** е правоъгълен, всички сме съгласни че $\mathbf{F^2 = F_x^2 + F_y^2}$ – *Питагорова теорема*.

Сега да проектираме един **СИЛОВ МНОГОЪГЪЛНИК** върху ос (оста и многоъгълника лежат в една равнина).



Фиг. 19

Не е трудно с помощта на ***фиг. 19*** да се докаже, че $R_x = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + F_{4x} + F_{5x}$ – проекцята на векторна сума върху ос е равна на сумата от проекциите на отделните вектори върху същата ос. ***Ако проекцията е насочена в посока обратна на положителната посока на остта, то нейната големина е с отрицателен знак!***

Вече имаме достатъчно опит, за да запишем за силовия многоъгилник от ***фиг. 19*** равенството $R_y = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} + F_{4y} + F_{5y}$ – за проектрането му по оста ***OY***.

! *СЪВЕТ – Поспрете и се убедете, че разбирате проектирането на сили върху осите на координатана ситема. Направете си произволен силов многоъгълник, проектрайте го и се убедете, че ще получите същите уравнения!*

Вече сме на финала на **ПРЕДИЗВИКАТЕЛСТВОТО**, което приехме, а именно да намерим аналични условия за равновесие на равнинна система сходящи сили. Знаем, че графичното условие е силовият многоъгълник да се самозатвори, т.е. $\vec{R} = 0$ и доказахме на какво е равна проекията на равнодействащата върху двете оси на правоъгълната координатна система. Е, щом векорът на равнодестващата трябва да е нула, то следва, че и проекците на този вектор върху оста **X** и оста **У** също ще бъдат нула. Да го запишем в математически вид за „***n***” на брой сили *(в математиката буквата „n” се използва за обобщаване на произволана бройка)*:

$$\begin{cases} F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + \ldots + F_{nx} = 0 \\ F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} + \ldots + F_{ny} = 0 \end{cases}$$

Двете уравнения трябва да са изпълнени едновременно и затова образуват система!

За краткост можем да използваме символа за сума в математиката и тогава ще имаме следния запис:

АНАЛИТИЧНИ УСЛОВИЯ ЗА РАВНОВЕСИЕ НА РАВНИННА СИСТЕМА СХОДЯЩИ СИЛИ

$$\left|\begin{array}{l} \sum_{i=1}^{n} Fix = 0 \\ \sum_{i=1}^{n} Fiy = 0 \end{array}\right.$$

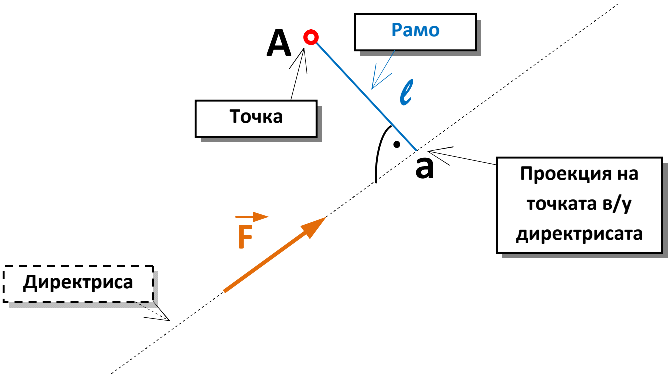
Една равнннa система сходящи сили е в равновесие тогова и само тогава, когато сумата от проекциите на всички сили върху оста *X* е равна на нула <u>*И*</u> сумата от проекциите на всичките сили вурху оста *Y* е също равна на нула.

Това е! Запомнете тази система от две уравнения! **!**

Всяка проекция влиза в съответното уравнение със своя знак. Такава сума се нарича алгебрична сума. Вече не е нужно да строим силов многоъгълник. Схемата на натоварване на дадения обект, ще ни даде възможност да определим ъглите, които сключват силите с координатните оси, а съответните конуси ще получим от всеки калкулатор. Изчиисленията стават по-бързи, по-точни и се подават на програмиране. Какво повече може да се желае ☺!

МОМЕНТ НА СИЛА. ДВОИЦА СИЛИ

Вече изяснихме, че ако имаме само една сила и тя действа върху материална точка, последната ще се движи по директрисата на силата ускорително *(фиг. 2, стр. 5)*. Навярно днес на всеки от вас се е наложило да отвори врата или прозорец. Определено там движението не е праволинейно, а вратата или прозорецът се завъртат спрямо оста на пантите. След като има и такова движение, трябва да му дадем определение и да го опишем математически *(уф, пак математика ☺)*. Ще разгледаме това движение в равнината. Да покажем схемата на натоварването:



Фиг. 20

На **фиг. 20** имаме сила $\vec{F}$; директрисата ѝ; т. **A**, нележаща на дирекрисата; перпендикуляр **Aa**, спуснат от т. **A** към директирсата на силата, с дължина ℓ. Тогава, по определение:

под момент на сила спрямо точка разбираме произведението от големината на силата и дължината на перепендикуляра (наречен рамо), спуснат от точката към директрисата на силата.

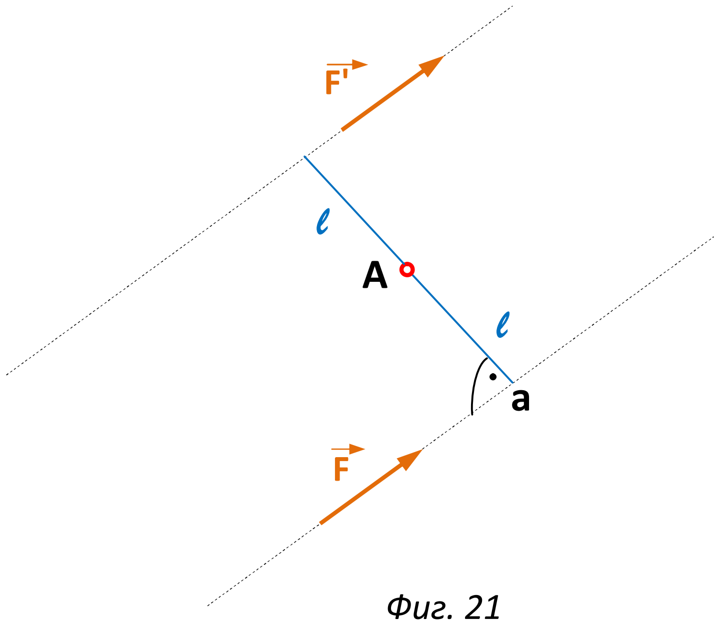
Математически се изразява така:

$$M_A(\vec{F}) \equiv F \,.\, \ell$$

Не ни остава нищо друго, освен да запомним горната формула!

Често ще срещнете израза: „Моментът е сила по рамо”. Вече знаете за какво става въпрос ☺

Има да изясним още един детайл, свързан с **МОМЕНТА НА СИЛА СПРЯМО ТОЧКА**. Нека да добавим във ***фиг. 20*** още една сила, по начина показан на ***фиг 21***:



Фиг. 21

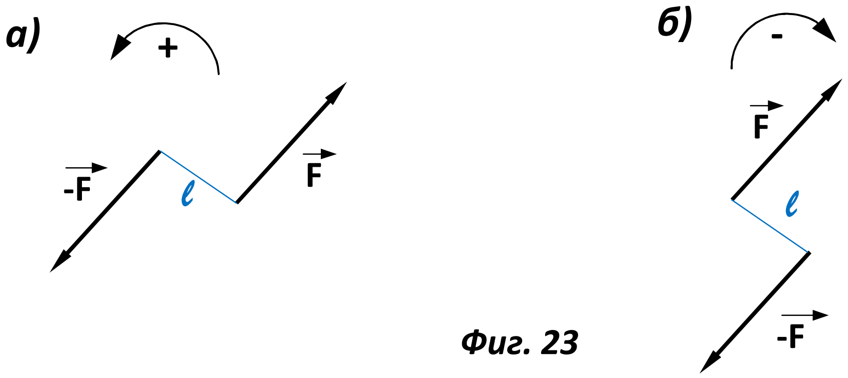
Нека **F’ = F**. От фиг. 21 е видно, че и двете сили имат равни рамена спрямо т. A. *Тогава би следвало $M_A(\vec{F}) = M_A(\vec{F'})$, но дали това е така*? Забелязали ли сте, че всички врати на класните стаи се отварят навън, а у вас, вкъщи, е обратно? Първото е, за да може лесно да се извадят вратите от пантите, когато се заключат; а второто е, за да не могат да се извадят лесно вратите, когато това ще правят некакени гости ☺! *(конструкторите трябва да мислят за всичко!)* Когато хванете дръжката на класната стая и я дърпате към вас *(не забравяйте да натиснете първо дръжката надолу!)*, вратата се отваря; а когато я бутате, вратата се затваря. В случая с отварянето и затварянето на врата и прозорец, имате момент на сила спрямо ос (оста на пантите). Да онагледим този факт в равнината *(ще опростим схемата като махнем директрисите и плъзнем силите по подходящ начин)*:

Фиг. 22

На ***фиг. 22-б*** силата върти рамото си по **посока обратна на часовниковата стрелка**. Тази посока е **приета за положителна** и следователно този *момент е положителен*. На ***фиг. 22-а*** силата върти рамото си по *посока на часовниковата стрелка*. Тази посока е *приета за отрицателна* – *моментът* тук *е отрицателен*.

ДА ОБОБЩИМ – **когато силата върти рамото си в посока обратна на часовниковата стрелка, моментът е положителен; когато върти в посока на часовниковата стрелка, моментът е отрицателен!** *(Когато въртите отвертка да завивате винт, или гаечен ключ да завивате гайка, това става по посока на часовниковата стрелка. Отвертката или гаечният ключ се отдалечават от вас – моментът е отрицателен! Когато отвинтвате, въртенето е в посока обратна на часовниковата стрелка, а отвертката или гаечният ключ се приближават към вас – моментът е положителен! Сега е ясно защо така са приети плюса и минуса при момента ☺)*

Във връзка с възможността силата да завърта рамото си, нека да разгледаме следната система от две сили:



Фиг. 23

Силите са равни по големина, имат противоположни посоки, успоредни директриси, а разстоянието между тях е ℓ. Очевидно е, че равнодействащата на тази система е нула. Но в *равновесие* ли са системите от две сили на ***фиг. 23***? <u>*Очевидно НЕ*</u>! Такава система ще върти непрекъснато рамото си. Вие я прилагате всяка сутрин, когато отвъртате крана на водата, за да се наплискате със студена вода и да се разсъните *(препоръчвам ви този начин за разсъняване ☺)*. Ако пътувате до училище с кола или автобус, наблюдавайте шофьора и ще видите тази ситема приложена чрез ръцете му върху волана всеки път, когато завива!

Да дадем определение на таква систем сили:

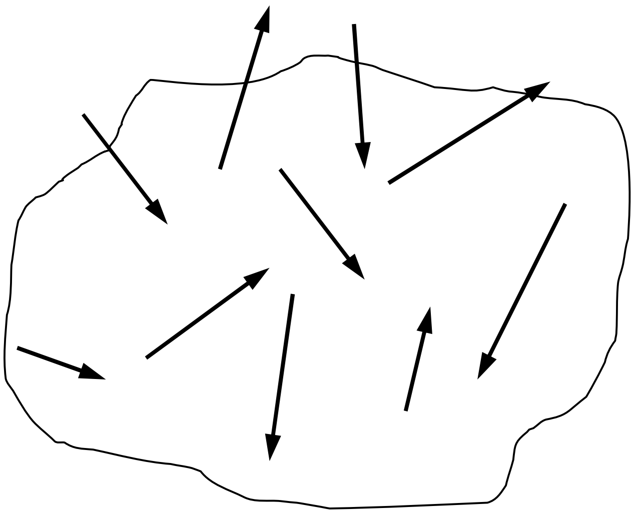
Система от две сили с равни големини, противополжни посоки и успоредни директриси се нарича ДВОИЦА СИЛИ

ДВОИЦАТА СИЛИ се характериризира със своя момент. Моментът ѝ е равен на произведението на големината на една от силите и дължината на перепендикуляра (рамото) между директрисите им. И тук важи правилото за определяне на знака на момента. ***Двоицата сили няма място в проекционни уравнения***!

$$\mathbf{M = \pm F \,.\, \ell} \quad \text{(фиг. 23)}$$

РАВНИННА СИСТЕМА СИЛИ

Наивно ще бъде да вярваме, че всички системи от сили в равнината са сходящи. Достатъчно е да погледнем една страница по-нагоре и ще видим система от две сили, които не са сходящи. Без да флософстваме много, направо ще пристъпим към **намирането на аналитични условия за равновесие на произволна равнинна система сили**, част от която е показана на ***фиг. 24***:



Фиг. 24

Можем да продължим да добавяне вектори, но и тези са достатъчни за да се онагледи равнинна система сили. Общото между всички тях е, че лежат в една равнина.

Как да се реши поставената задача? Ще използваме един метод оставен ни от древните гърци. Те боготворяли спорта *(те са измислили олимпиадите!)*, но са смятали физическия труд за недостоен. Смятали са, че всички научни въпроси, могат да се разрешат, чрез умозрителни заключения. По тази причина научният експеримент в древна Гърция не е бил познат *(впрочем експериментът е използван и е превърнат в научен метод от Галилео Галилей)*. Ами тогава да се отпуснем, да изключим мобилните играчки *(забравих, че сте го направили още в началото на часа ☺)*, за да се съсредоточим и да разсъждаваме!

Трябва да приложим наученото до тук. Вече го правихме и тогава започнахме, разбира се, от **АКСИОМИТЕ**. Как? Лесно! Ако има две сили с равни големини, противоположни посоки и с обща директриса, то те се уравновесяват (**А1**) и следователно може да ги премахнем от системата сили (**А2**). Като изчистим всички такива двойки (***не двоици***!!!!) сили, започваме да търсим сили, чиито директриси се пресичат и да ги заменяма с техните равнодействащи (**А3**). И пак, и пак, и пак...

 събрал, подредил и украсил инж. Богомил Иванов Петков

След като си поиграем по описания по-горен начин *(не забравяйте, че го правим само умозрително!)* и напънем малко въображението си, няма как да не стигнем до следния *ИЗВОД*:

Колкото и да е сложна една РАВНИННА СИСТЕМА СИЛИ, след като направим описаната по-горе редукция, в най-общия случай ще получим една РАВНОДЕЙСТВАЩА, наречена ГЛАВЕН ВЕКТОР и една ДВОИЦА, чиито момент се нарича ГЛАВЕН МОМЕНТ.

Системата от главен вектор и главен момент се нарича ДИНАМА.

На това му се вика „густо"! Не си мръднахме пръста, а намерихме елегантно решение! Така е, но пък здраво си размърдахме мозъка. И още нещо – не винаги може да се мине без експеримент. Най-малкото ще трябва да го докажете чрез практически примери ☺. Пък и трябваше да натрупаме над двадесет страници знания, за да може умозрително да стигнем до ИЗВОДА. Да, наистина няма безплатен обяд ☺!

Да не забравяме, че не пишем литературно произведение. Да, трябва да опишем всичко математически. Ето как:

РАВНИННА СИСТЕМА СИЛИ = > ДИНАМА ≡ $\vec{R}$; M

ДА ИЗСЛЕДВАМЕ РЕЗУЛТАТА – Динамата има два елемента. Възможните неповтарящи се комбинации между тях са четири *(комбинаториката е част от теорията на вероятностите)*:

1. **$\vec{R} \neq 0$; $M \neq 0$ – системата не е уравновесена, свежда се до динама;**
2. **$\vec{R} \neq 0$; $M = 0$ – системата не е уравновесена, свежда се до равнодействаща, която е главеният вектор;**
3. **$\vec{R} = 0$; $M \neq 0$ – системата не е уравновесена, свежда се до двоица, чиито момент е главеният момент;**
4. **$\vec{R} = 0$; $M = 0$ – системата е уравновесена!**

За нас в ***СТАТИКАТА*** най-важна е четвъртата комбинация. Тя ни дава условията за равновесие на равнинна система сили. Остава да запишем тази комбинация в аналитичен вид.

! *Опитайте се сами да напишете уравненята за равновесие на равнинна система сили. За да получите заслужена шестица, ще трябва да ми докажете, че следват от комбинация № 4!*

Да направим и последната стъпка по тази тема, а именно да напишем уравненията за равновесие на равнинна система сили:

АНАЛИТИЧНИ УСЛОВИЯ ЗА РАВНОВЕСИЕ НА РАВНИННА СИСТЕМА СИЛИ

$$\left|\begin{array}{l} \sum_{i=1}^{n} Fix = 0 \\ \sum_{i=1}^{n} Fiy = 0 \\ \sum_{i=1}^{n} MiA = 0 \end{array}\right.$$

Една равнинна система сили е в равновесие тогова и само тогава, когато едновременно (система) са изпълнение следните три условия: сумата от проекциите на всички сили върху оста *X* е равна на нула; сумата от проекциите на всичките сили върху оста *Y* е равна на нула <u>И</u> сумата от моментите на всички сили спрямо произволна точка от равнината им е равна на нула.

! Запомнете тези уравнения!

Да останем още малко тук. Имаме система от три уравнения – две проекционни и едно моментово; следователно можем да намираме три неизвестни. Проекционните уравнения коментирахме при системата сходящи сили. Новото е моментовото уравнение. Обърнете внимание, че **т. А** е просто наименование на произволна точка от равнината на силите. Когато решаваме задачи това ни дава възможност да изберем подходяща точка, така че уравнението да се получи с по-малко неизвестни, а даже и само с едно *(припомнете си, че когато силата лежи на директрисата на силата, моментът е нула)*! Този факт може да ни спести много усилия при решаването на задачи и много страдания, когато получим оценката на тези решения ☺. ***Винаги търсете най-рационалния начин за решаването на каквато и да е задача в гимназията и на който и да е проблем в живота***.

Можем да дадем условията за равновесие на равнинна система сили в още два записа, производни на основната система от уравнения. Първият има едно проекционно и две моментови уравнения. Точките **A** и **B** са произволни, лежащи в равнината на силите.

$$\left|\begin{array}{l} \sum_{i=1}^{n} Fix = 0 \\ \sum_{i=1}^{n} MiA = 0 \\ \sum_{i=1}^{n} MiB = 0 \end{array}\right.$$

Вторият производен запис съдържа три моментови уравнения. Точките A, B и C са произволни, лежащи в равнината на силите.

$$\left|\begin{array}{l} \sum_{i=1}^{n} MiA = 0 \\ \sum_{i=1}^{n} MiB = 0 \\ \sum_{i=1}^{n} MiC = 0 \end{array}\right.$$

С решаването на всяка следваща задача, специалистът още като види условието, разбира кои уравнения да използва, за да реши най-лесно задачата. *Опитът е важен фактор за успеха във всяка сфера*.

ВЪПРОС – **Равнинната система сходящи сили е частен случай на произволната равнинна система сили. Защо в аналитичните условия на равнинната система сходящи сили <u>ЛИПСВА моментово уравнение</u>?** *Знаете, че за отговора на този въпрос, ще получите отлична оценка ☺*

ОПОРИ И ОПОРНИ РЕАКЦИИ

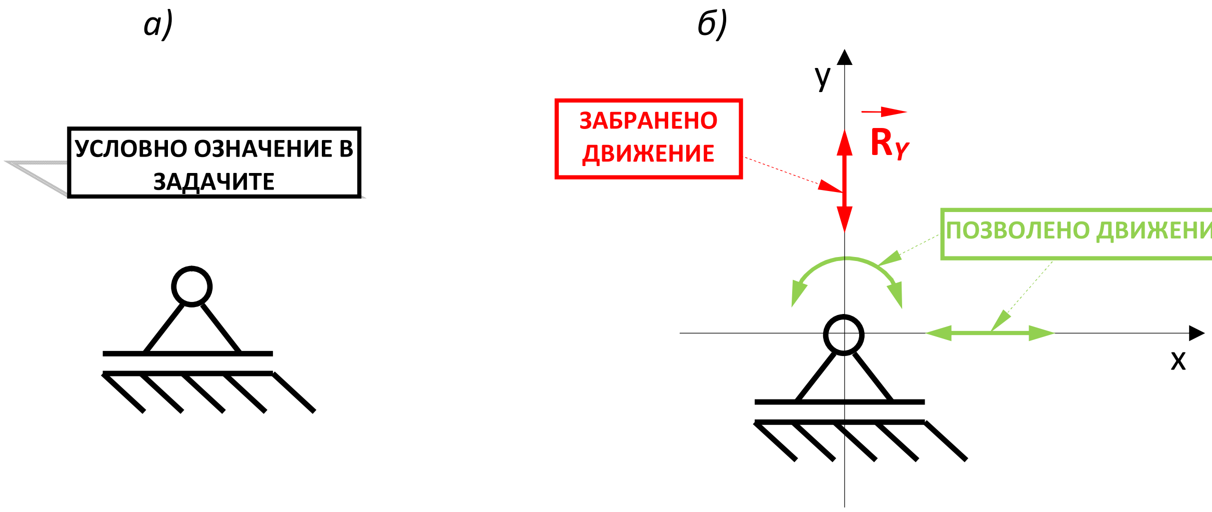
Вече сме към края на разходката в ***СТАТИКАТА***. Остава да изясним още един въпрос. Той е свързан с необходимостта за някои тела да ограничаваме възможността за движение в определени направления, а да позволим движение в други. Например при вратите и прозорците искаме да могат да се завъртат около оста на пантите, но да изключим всякакво друго движение *(разбира се, че може да извадим или закачим вратата за пантите, но това вече е разглобяване или сглобяване на системата врата-каса, а не работното състояние на врата!)*. Или да вземем електрическия двигател. Роторът му се върти, но не може да извършва никакво друго движение *(има и линейни двигатели!)*. А за буталото в цилиндъра на двигателя с вътрешно горене е позволено само възвратно-постъпателно движение! Впрочем колко сложно може да бъде едно сложно движение? Виждали ли сте тренажор за тренировка на космонавти в действие? Малеее! Завива ти се свят само като гледаш, а какво ли е ако се качите в него ☺? Интерсното е, че колкото и невъзможно да изглежда движението на едно тяло, то може да бъде разложено във всеки момент на само **ШЕСТ** прости движения! Не, не ви занасям! Как така ли? Ето така:

Пространствената Декартова координатана система има три оси: ***X***; ***Y*** и ***Z***. Едно свободно тяло може във всеки един момент да извършва три възвратно–постъпателни движения, съответно по оста ***X***, по оста ***Y*** и по оста ***Z*** и три вртелви движения – по едно спрямо всяка една от осите. По тази причина казваме, че **ЕДНО СВОБОДНО ТЯЛО ИМА ШЕСТ СТЕПЕНИ НА СВОБОДА**. В машините, апаратите и съоръженията, телата са свързани помежду си така, че да извършват движение по определена траектория или да са в покой едно спрямо друго. Всяка връзка налага ограничение на едно или няколко от простите движения. Затова се казва, че е отнета степен на свобода. Едно напълно ограничено за движение тяло (или система от тела) няма нито една степен на свобода. Такова съоръжение, например, е всяка сградата.

Ако движението се извършва само в една равнина, тогава не е трудно да се досетим, че са възможни само три прости движения, т.е. едно свободно равнно движение има три степени на свобода. Когато сведем разглеждането до равнина, остават само две оси – ***X*** и ***Y***. Следователно възвратно-постъпателните движения са само две – именно по тези две оси. Въртеливото движение в равнината пък е само едно – спрямо точка от равнината; двоицата, с която то може да се представи, трябва да лежи в същата равнина *(впрочем въртенето в равнината XY може да се разглежда като въртене около оста Z, която се проектира като точка в тази равнина, защото е прерпендукулярна на нея.)*.

Телата, които са конструирани да ограничават възможността за движение на други тела се наричат **ОПОРИ**. Силите, възникнали в опорите от натоварването на кокструкцията, ограничаващи съответните движения, се наричат **ОПОРНИ РЕАКЦИИ**.

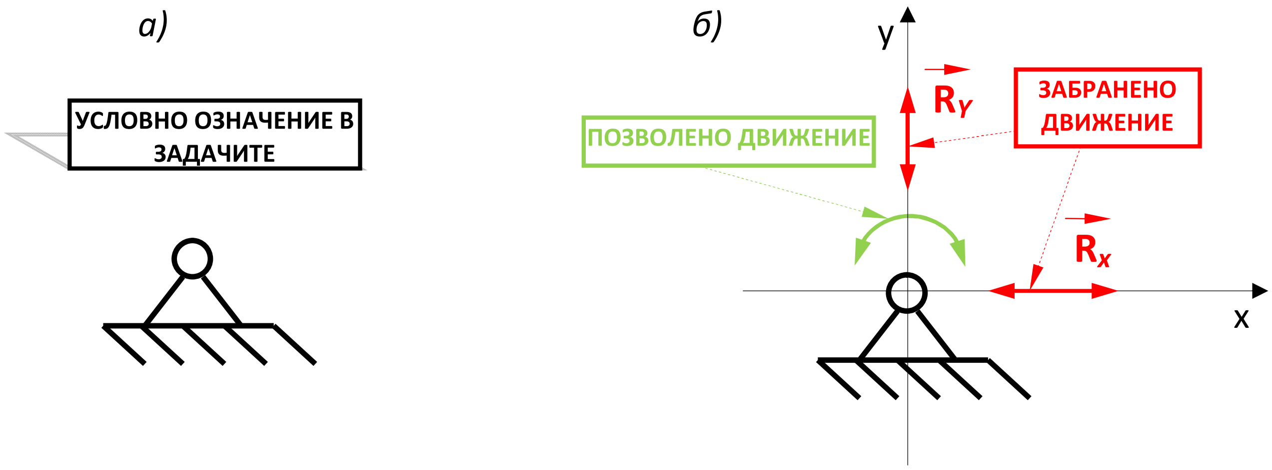
Ще разгледаме три вида опори в равнината. Първата е **ПОДВИЖНА СТАВНА (ШАРНИРНА) ОПОРА**:



Фиг. 25. *Подвижна ставна (шарнирна) опора*

На ***фиг. 25-а*** е показано условното гравифично изображение на тази опора в задачите. В професията си често ще се срещате с *графични условни изображения* на елементите изграждащи електрическа или електронна верига. Десетокласниците вече се запознаха с тях по чертане, а на деветокласниците им предстои да го направят втория срок. На ***фиг. 25-б*** са показани движенията, които тази опора **позволява** и които **забранява**. При подвижната ставна (шарнирна) опора **са позволени** възвратно-постъпателното движение по оста ***X*** *(затова между двете хоризонтални линии в опората има разстояние!)* и въртене около центъра на ставата *(ставата е изобразена с окръжност)*. Тази опора **НЕ ПОЗВОЛЯВА** движението по оста ***Y***, следователно в това направление възниква ответната на натоварването сила, наречена **ОПОРНА РЕАКЦИЯ**, обозначена на ***фиг. 25-б*** с $\vec{R}_Y$. За опорната реакция е известно, че директрисата ѝ минава през центъра на ставата и съвпада с оста ***Y***. Големината на опораната реакция и посоката й, ще зависят във всеки конкретен случай от външното натоварване *(затова на фиг. 25-б реакцията е означена с двете възможни посоки)*.

Втората опора, която ще разгледаме е **НЕПОДВИЖНА СТАВНА (ШАРНИРНА) ОПОРА**:



Фиг. 26. *Неподвижна ставна (шарнирна) опора*

На **фиг. 26** е показано всичко за тази опора и са направени съответните изводи. Ще бъде обидно за вас, ако започна да разсъждавам и правя изводи както при първата опора, защото можете да го направите и сами! Ще използваме времето за нещо по-полезно и ще поставя

! *ВЪПРОС* *(за отличен ☺)* – **колко опорни реакции има в неподвижната ставна (шарнирна) опора и какво можем да кажем за тях?**

Жокер: *Опорните реакции са сили. Силата е пъзгащ (в статиката!) вектор. Векторът има директриса, големина и посока. Понякога очевидното е измамно. Прочетете още няколко пъти разсъжденията за фиг. 25. Гледайте толкова дълго фиг. 25 и фиг. 26, че като затворите очи пак да са пред вас. Внимателно сравнете информацията от тези две фигури.*

STOP

Не бързайте! Ако отговорите правилно на въпроса, значи разбирате статиката ☺! Аз ще дам отговора на другата страница.

Ето и моите разсъждения, свързани с отговора на *ВЪПРОСА* – необходимо е да се опитаме да открием информация за директрисата, големината и посоката на всяка опорна реакция, ако са повече от една. При **неподвижната ставна (шарнирна) опора** в сравнение с **подвижната** имаме още едно ограничено движение, а именно възвратно-постъпателното движение по оста ***X***. Този факт довежда до появата на $\vec{R}_x$ на ***фиг. 26-б***. Единственото позволено движение е въртенето около центъра на ставата. Да, име $\vec{R}_x$ и $\vec{R}_y$, но това две опорни реакции ли са? Внимателно вижте положението на тези сили на ***фиг. 26-б***. Би следвало да забележите, че те са сходящи. Щом са сходящи, значи могат да бъдат заменени с с една сила както ни учи **АКСИОМА 3** *(казах ви, че всичко е в аксиомите ☺)*. Ще бъде ли вярно ако кажа, че опорната реакция е една, а на ***фиг. 26-б*** са означени нейните проекции по осите ***X*** и ***Y***? Безспорно и достигнахме до следната истина:

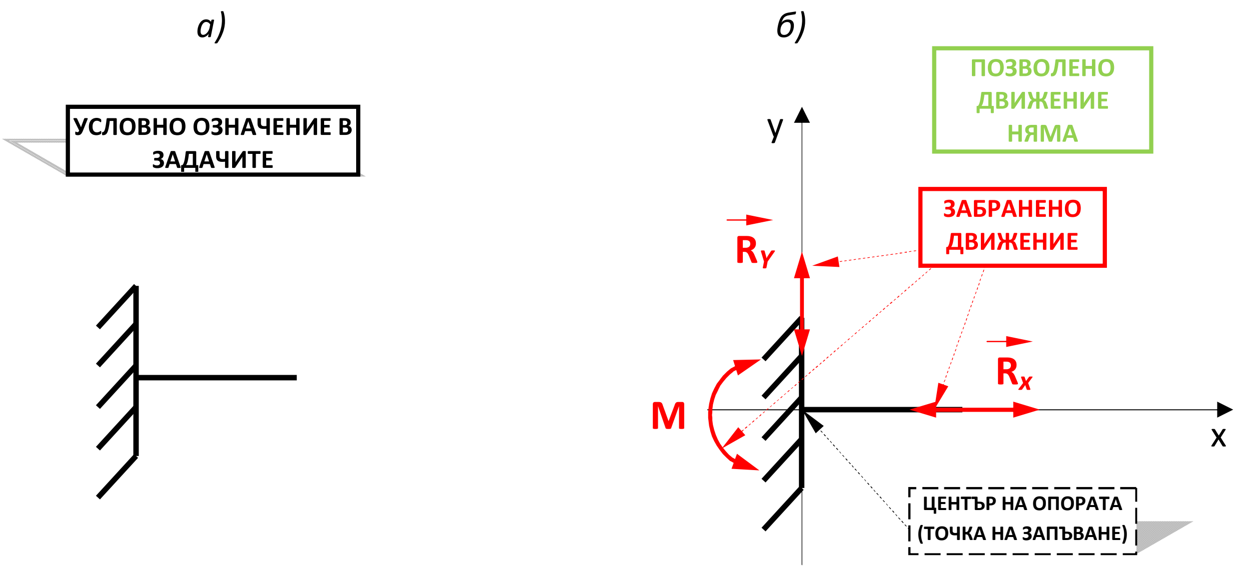
! ВЪВ ВСЯКА ОПОРА ВЪЗНИКВА ЕДНА ОПОРНА РЕАКЦИЯ !

Следователно $\vec{R}_x$ и $\vec{R}_y$ са проекциите на тази опорна реакция върху координатните оси.

Отговорихме на първата част на *ВЪПРОСА* и сме доволни, защото си имаме работа само с една сила ☺! Да видим какво можем да кажем за нейните елементи. Сигурни сме, че **опорната реакция** **<u>лежи в равнината на опората</u>** *(на фиг. 25 и фиг. 26 това е равнината на монитура, респ. листа)*, защото и външното натоварване е в тази равнина. За **<u>големината</u>** и **<u>посоката</u>** няма какво да се косим в момента – те **<u>зависят от външното натоварване</u>** и ще бъдат различни при различните натоварвания. А може ли да кажем нещо повече за *директрисата*, освен че лежи в равнината на опората? Ще викнем на помощ геометрията *(няма как да минем без математика ☺)*. Една права се определя от две точки. Дали ще намерим точка от опората, през която да сме сигурни, че минава **опорната реакция**? Характерна точка за всяка ставна опора е центъра на ставата. Дали реакцията минава през нея? Или минава, или не минава, казва геометрията *(най-точната метериологична прогноза е следната: „Утре или ще вали, или няма да вали“ ☺)*. Нека допуснем, че **опорната реакция НЕ МИНАВА през центъра на ставата**! Ако това е вярно, реакцията ще има рамо спрямо тази точка, а следователно ще има и момент спрямо центъра на ставата. Но този момент ще бъде създаден от реакцията и следователно е реактивен, т. е. ще забранява въртенето спрямо цетъра на ставата. Но тази опора е конструирана така, че то е позволено. ***Следователно допускането е невярно***! Остава другата възможност – **ОПОРНАТА РЕАКЦИЯ МИНАВА ПРЕЗ ЦЕНТЪРА НА СТАВАТА**.

Това е! Хвала на всеки, който сам достигна до тези изводи! От мен – поклон!

Третата, последна опора, която ще разгледаме, е **ОПОРА НА ЗАПЪВАНЕ**:



Фиг. 27*. Опора на запъване*

На **фиг. 27** е дадено всичко за **опората на запъване**. След разсъжденията, които направихме за **неподижната ставна (шарнирна) опора**, не е нужно много да философстваме. Вече сте в състояние сами да направите анализ. Аз само ще спомена, че тази опора **НЕ ПОЗВОЛЯВА НИКАКВО ДВИЖЕНИЕ**. Следователно **опорната реакция** **не минава през центъра на опората** (мястото на запъване) и **има три компонента**, както е показано на ***фиг. 27-б***.

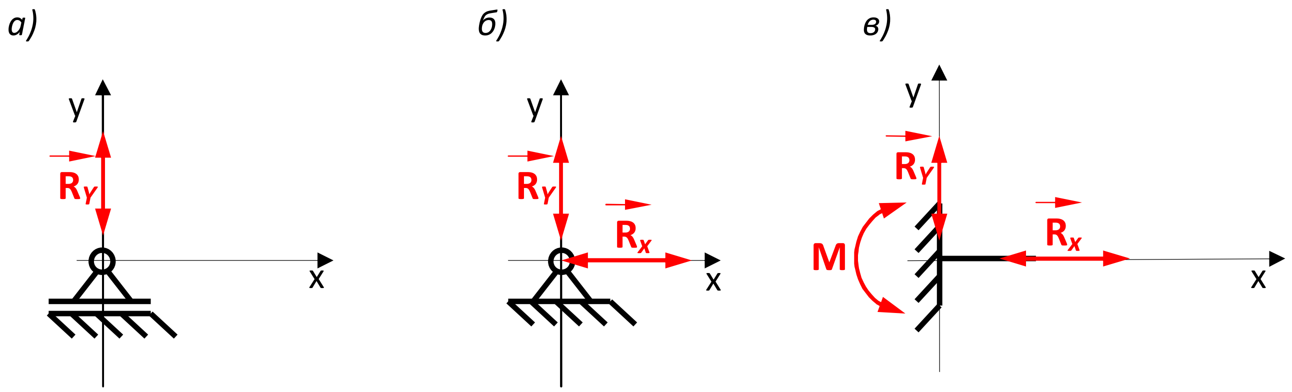
Можете да си преставите **опората на запъване** като една греда зазидана в стената. Балконите също могат да ви дадат представа за тази опора, макар и в пространствен вариант.

Пример за двата вида **ставни опори** са лагерите. За тях ще учим в раздела „Машинни елементи”.

! Поспрете се още малко на темата за опорите и опорните реакции, защото в нея е синтезирано всичко, учено до тук. Можете да си направите самооценка на знанията за статиката *(оценката в дневника си остава мое задължение ☺)*, да осъзнаете какво не сте разбрали и да запълните пропуските в знанията си.

На следващата старница ще направим обобщение на темата.

Една от задачите на **СТАТИКАТА** е да определи опорните реакции. Това е задача с огромно практическо приложение. По тази причина да направим *ОБОБЩЕНИЕ* на **опорите и свързаните с тях опорни реакции**:



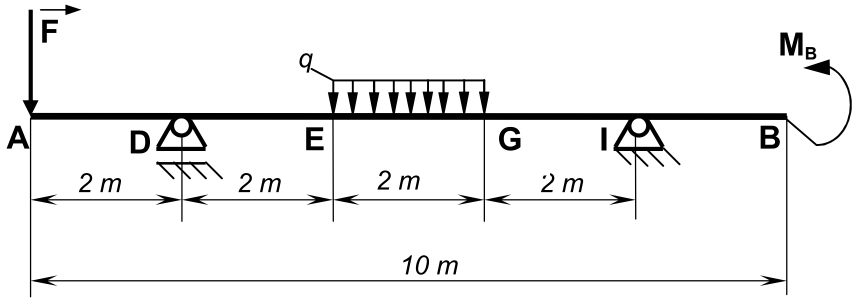
Фиг. 28

Доколкото външното натоварване е известно, то опорните реакции се явяват неизвестни в условията за равновесие. **Подвижната ставна (шарнирна) опора** (***фиг. 28-а***) внася единствено неизвестно в уравненията за равновесие. **Неподвижната ставна (шарнирна) опора** (***фиг. 28-б***) внася две неизвестни в тези условия. **Опората на запъване** внася три неизвестни в условията за равновесие.

Припомням, че за равнината аналитичните условията за равновесие се изразяват с една система с три уравнения. Знаете, че такава система е еднозначно решима, когато имате три неизвестни. В ***СТАТИКАТА*** такива системи се наричат **статично определими**. Не е трудно да се усетите, че за да бъде задачата статично определима, можете да комбинирате двете ставни опори, а опората на запъване трябва да бъде прилагана самостоятелно!

Какво ще стане, ако комбинираме опорите така, че неизвестните да са повече от три, т.е. задачата да стане **статично неопределима**? Няма да можем да намерим опорните реакции със знанията, които имаме до тук! Но това е малкият проблем, защото съществуват методи за решаване и на такива задачи. Физическият проблем е, че няма да има кой да поеме температурните разширения, съпътващи работата на конструкциите. Това може да доведе до деформации, които да повредят или дори да разрушат конструкциите!

Нека да дадем примери за статично определими задачи:

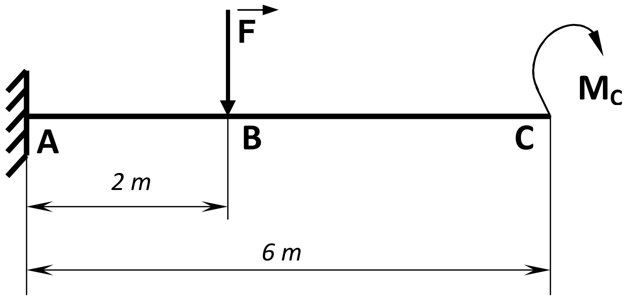


Фиг. 29

На ***фиг. 29*** е дадена **greda** с две ставни опори – **подвижна** в т. **D** и неподвижна в т. **I**. В точка **A** действа **съсредоточена сила** $\vec{F}$; в участъка **EG** – **разпределен** правоъгълников **товар** с интензитет ***q***; а в т. **B** е приложена двоица сили, показана чрез своя момент $\mathbf{M_B}$. Това е външното натоварване. То е известно. Търсят се компонентите на опорните реакции.

Дължа ви малко пояснения. **ГРЕДА** се нарича елемент, на който всички размери са пренебрежими в сравнение с дължината му. **Съсредоточена сила** е тази, която действа в една точка. До сега сме говорили само за такива. **Разпределен** е онзи **товар**, който (*в равнината*) действа по линия. Той се задава с интезитета (N/m) и формата си. **Равнодействащата** на **разпределения товар** е равна на площа на фигурата, минава през центъра й и има посоката на интензитета. За конкретния случай от ***фиг. 29*** равнодействащата ще минава през пресечната точка на диагоналите на правоъгълника (следователно ще разполовява отсечката **EG**), ще бъде перпендикулярна на гредата и ще бъде насочена надолу. Повече за външните товари ще научим в раздела „Съпротивление на материалите”. Решението на задачата от ***фиг. 29*** с конкретни числа за товарите е дадено в отделен файл - Mech_oporni_uloha_01.doc.

На *фиг. 30* е даден пример за задача с **опора на запъване**. *Опитайте се сами да намерите компонентите на опорната реакция при* ***F=10 kN*** *и* ***M_C=0,5 kN/m****. Приятно смятане ☺!*



Фиг. 30

Това е... Трябва да сложим точка на *СТАТИКАТА*. Броячът показва, че пиша тридесет и осмата страница. На бюрото ми лежи „Статика” с автор Иван Кисьов. Книгата е издадена през 1982 г. и има 380 страници, почти формат А4, изписани доста по-ситно от тези тук. Купих си я, когато бях млад учител в сградата, в която вие учите сега. Това е пълната СТАТИКА... А аз ви представих само 37 страници... Защо го направих? Защо просто не ви посочих подходящ учебниик (а такива наистина има!) и не реших въпроса с източника на информация? Нещо повече! По всяка зачекната от мен тук тема в Гугъл ще намерите страшно много страници и не само на български.

Направих го, защото исках с помощта на информационните технологии да онагледя възможно най-добре всичко, което в тази наука може да се представи графично, а то никак не е малко. Направих го, защото часовете определении за изучаването на „Техническата механика” са малко, а опростяването на една наука, не винаги е прави лесна за усвояване. Направих го, защото знам, къде ще срещнете трудност при разбирането на детайлите. Направих го, защото исках да имаме диалог, дори, когато не сме в класната стая. Направих го, защото имах прекрасни и всеотдайни учители. Направих го, защото когато дойдох да преподавам в тази гимназия (тогава техникум), същите тези учители се превърнаха в изключителни колеги - професионалисти. Направих го, защото ми пука за вас, защото не ми е все едно как ще се развиете, какво ще отнесете със себе си, когато си тръгнете от училище. Направих го, защото така ме научи моят ментор в тази професия – големият Жак Асса!

Дали съм успял? Това можете да кажете само вие! Убеден съм, че си заслужаваше ☺!

Не изпадайте в прибързана радост ☺! Не се разделяме. Имаме да изучим още два раздела, за да приключите с мен. Е, не се натъжавайте! Видяхте, че не е толкова страшно, пък и е забавно. Сега ви оставям за малко, за да си отдъхнете. Не забравяйте да се забавлявате, защото животът не е само учене ☺!